

拐点问题六种模型题型及结论

拐点问题是微积分中的一个重要概念，指函数图像上的“拐点”或“拐弯处”，也就是函数导数的零点发生变化的位置。可以通过求函数的一、二阶导数来判断函数的拐点位置和类型。

以下是六种常见的拐点模型题型及结论：

$f''(x)f'$

''

(x)的符号变化模型

当 $f''(x)f'$

''

(x)从正数变为负数时，函数曲线在该点处由上向下凸；当 $f''(x)f'$

''

(x)从负数变为正数时，函数曲线在该点处由下向上凸。因此，这种情况下，函数的拐点处于 $f''(x)f'$

''

(x)从正变负的位置。

$f'(x)f'$

,

(x)零点变化模型

当 $f'(x)f'$

,

(x)由正数变为负数时，函数曲线在该点处由增变减，可能出现局部极大值；当 $f'(x)$

,

(x)由负数变为正数时，函数曲线在该点处由减变增，可能出现局部极小值。因此，这种情况下，函数的拐点处于 $f'(x)$

,

(x)零点变化的位置，并根据变化前后的符号来判断拐点类型。

$f(x)$ 的极值点模型

对于具有局部极值的函数，其极值点处可能存在拐点。当函数在极值点左右两侧的凸性相反时，该极值点就是拐点。例如，函数 $f(x)=x^3$

3

在原点处有一个局部极小值和一个拐点。

二次函数模型

对于二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$

2

$+bx+c$ ，其凹凸性由二阶导数 $f''(x)=2a$

''

(x)=2a确定。当 $a>0$

拐点模型公式

拐点，又称反曲点，在数学上指改变曲线向上或向下方向的点，直观地说拐点是使切线穿越曲线的点（即连续曲线的凹弧与凸弧的分界点）。若该曲线图形的函数在拐点有二阶导数，则二阶导数在拐点处异号（由正变负或由负变正）或不存在。

可以按下列步骤来判断区间I上的连续曲线 $y=f(x)$ 的拐点：

(1)求 $f''(x)$ ；

(2)令 $f''(x)=0$ ，解出此方程在区间I内的实根，并求出在区间I内 $f''(x)$ 不存在的点；

(3)对于(2)中求出的每一个实根或二阶导数不存在的点 x ，检查 $f''(x)$ 在这个点 x 左右两侧邻近的符号，那么当两侧的符号相反时，这个点 $(x, f(x))$ 是拐点，当两侧的符号相同时， $(x, f(x))$ 不是拐点。

刘易斯拐点是什马意思

刘易斯拐点，即劳动力过剩向短缺的转折点，是指在工业化过程中，随着农村富余劳动力向非农产业的逐步转移，农村富余劳动力逐渐减少，最终枯竭。由诺贝尔经济学奖得主刘易斯在人口流动模型中提出。产生刘易斯认为，在一国发展初期存在二元经济结构，一个是以传统生产方式生产的“维持生计”部门（以传统农业部门为代表）；一个是以现代生产方式生产的“资本主义”部门（以工业部门和城市为代表）。农业部门人口多、增长快。由于边际生产率递减规律，其边际生产率非常低甚至为零，农业部门出现大量劳动力剩余。此时，只要工业部门能够提供稍大于维持农村人口最低生活水平的既定工资，农业部门就将涌入大量劳动力至工业部门，为工业部门的扩张提供无限的劳动力供给。（所谓“无限的劳动力供给”即指劳动力供给曲线在既定工资水平下具有无限弹性。“既定工资”即是农业部门劳动力维持生活需要的最低收入水平。）随着劳动力数量的增长，农业中劳动的边际产出量降为零。此时，农业部门中存在大量的隐性失业。当工业部门提供既定水平工资时，农业部门劳动力向工业部门转移，随着农村剩余劳动力的转移，工业部门不断扩张。由于在既定工资水平上，劳动力的供给是无限的，工业部门在实际工资不变的情况下将所获得利润转化为再投资，将规模不断扩大直到将农村剩余劳动力全部吸收完，这个时候工资便出现了由水平运动到陡峭上升的转变，经济学上称之为“刘易斯拐点”。

平行线拐点问题六种模型讲解

1.交点法。寻找平行线相交的点，计算出它们与起点的距离，选择距离最短的点作为终点。

2.垂线法。如有两条平行线，一条点在起点，另一条平行线端点为终点，则从起点垂直于这两条平行线分别下垂线，找到它们的交点作为终点。

3.可达点法。可达点是指从起点出发能直接到达的点。在两条平行线之间，只有离

其中一条线最近的点才是可达点。根据这个原则，从起点开始，依次向两条平行线扩展计算，找到最终的终点。

4.直线法。将起点与终点分别在两条平行线的同一边，并以任意角度画出一条直线连接它们，然后再将这条线与两条平行线垂直相交，最后就能得到终点。

5.矩阵法。将平行线拐点问题转换为求解变换后的矩阵，采用线性代数等数学方法解决。此种方法形式化程度高，但需要对基础数学知识积累才能使用。

6.时间分割法。将平行线拐点问题看作时间分割下的数学问题，将起点到终点的路径按照时间节点分割成若干个小段，对于每个小段分别计算它的终点，最后把这些终点连成一条路径。

常见拐点模型及公式

常见的拐点模型有线性拐点模型、二次拐点模型、三次拐点模型等。

线性拐点模型的公式为： $y=ax+b$

二次拐点模型的公式为： $y=ax^2+bx+c$

三次拐点模型的公式为： $y=ax^3+bx^2+cx+d$